

ОЦІНЮВАННЯ АКУСТИЧНИХ ХАРАКТЕРИСТИК ПРИПОВЕРХНЕВИХ ШАРІВ МАТЕРІАЛУ НА ОСНОВІ ЗОНДУВАННЯ ХВИЛЯМИ РЕЛЕЯ

І. М. Романишин, О. М. Мокрий

**Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка
Національної академії наук України, Львів**

E-mail: igor.romanyshyn1957@gmail.com

Проаналізовано дедуктивні та індуктивні методи оцінювання акустичних характеристик приповерхневих шарів матеріалу на основі багаточастотного зондування поверхневими акустичними хвилями Релея. Дедуктивні (строгі) методи базуються на розв'язанні рівнянь Ламе з вертикально змінними параметрами. Їх зводять до варіаційної задачі підбору параметрів середовища до тих пір, поки теоретично розрахована дисперсійна крива фазової швидкості хвилі Релея не збігнеться з експериментальною з необхідною точністю. Ці методи громіздкі, часто неоднозначні і не дають можливості оцінити властивості матеріалу під час зондування. Розвинено наближені (індуктивні) методи, засновані на гармонійному та зваженому усередненні фазової швидкості хвилі Релея по глибині в межах довжини хвилі. Їх перевага – простота застосування. Проаналізовано особливості цих підходів для одношарового покриття. Отримано аналітичний вираз для дисперсійної кривої у спрощеному варіанті методу зваженого усереднення для одношарового покриття, який має вигляд прямої лінії та добре узгоджується з відомими закономірностями впливу оброблення поверхні, її деградації та покриття на дисперсію фазової швидкості хвилі Релея. За знаком нахилу дисперсійної кривої (плюс/мінус) можна робити висновок про жорсткість покриття відносно жорсткості підложки, а за її кутовим нахилом оцінювати товщину покриття.

Ключові слова: *поверхневі акустичні хвилі, багаточастотне зондування, приповерхневі шари, дисперсія фазової швидкості, зважене усереднення.*

EVALUATION OF ACOUSTIC CHARACTERISTICS IN NEAR-SURFACE LAYERS OF MATERIAL USING RAYLEIGH WAVE PROBING

I. M. Romanyshyn, O. M. Mokryy

**Karpenko Physico-Mechanical Institute
of the National Academy of Sciences of Ukraine, Lviv**

An important problem in geotechnics, seismology, non-destructive testing and fracture mechanics is the evaluation of near-surface material characteristics (such as elastic moduli, porosity and hardness) as a function of depth. This problem is particularly relevant for assessing the quality of various metal treatment, hydrogenation and coating. An adequate approach to solving this problem involves the use of surface acoustic waves of different frequencies. This is due to the fact that surface acoustic waves penetrate at a depth of the order of their wavelength. Therefore, waves of different frequencies cover different thickness of the near-surface layers, and multi-frequency probing makes it possible to evaluate the characteristics of these layers as a function of depth.

Deductive and inductive methods for estimation of the acoustic properties in the material near-surface layers based on multi-frequency sounding by surface acoustic waves are analyzed. Deductive (rigorous) methods are based on the Lamé equations and are developed for media with vertically varying parameters or plane-layered structures. The application of these methods is reduced to the variational problem of adjusting the medium parameters until the theoretically determined dispersion curve of the Rayleigh wave phase velocity coincides, with the required accuracy, with the experimentally obtained one. These methods are applicable only to the simplest medium models and generally cumbersome and ambiguous and do not allow the real-time evaluation of material properties, i.e. during the probing.

Approximate (inductive) methods based on harmonic and weighted averaging of the Rayleigh wave phase velocity over depth within the wavelength are developed. Their main advantage is the application simplicity. The specific features of these methods for a single-layer coating are

© І. М. Романишин, О. М. Мокрий, 2025

considered. An analytical expression for the dispersion curve in the case of a simplified version of the weighted averaging method is obtained, showing that the dispersion curve of the Rayleigh wave phase velocity for a single-layer surface coating is a straight line. This agrees well with the known regularities describing the influence of different types of surface treatment, degradation and coatings on the dispersion of the Rayleigh wave phase velocity. The sign of the slope of the dispersion curve (positive or negative) indicates the stiffness of the coating relative to that of the substrate. The magnitude of the angular slope of the dispersion curve makes it possible to estimate the thickness of the treated surface layer.

Keywords: *surface acoustic waves, multi-frequency probing, near-surface layers, phase velocity dispersion, weighted averaging.*

Вступ. Експериментальне визначення пружних властивостей приповерхневих шарів матеріалу – актуальна задача фундаментального матеріалознавства і технічної діагностики матеріалів. Адекватним підходом для цього є застосування поверхневих акустичних хвиль (ПАХ) різної частоти [1–3]. Це пов’язано з тим, що ПАХ проникають на глибину порядку довжини хвилі. Тому хвилі різної частоти охоплюють різні товщини приповерхневих шарів. При цьому необхідно інвертувати дисперсійну криву фазової швидкості ПАХ (Surface Wave Inversion) [4], тобто визначити властивості приповерхневих шарів на основі зондування ПАХ різної частоти. Аналогічні задачі виникають у геотехніці [5, 6] та сейсмології [7, 8].

Розроблено чимало методів оцінювання властивостей матеріалу по глибині, пов’язаних з зондуванням ПАХ. Серед них – одно- та багатомодові, трансмісійні, засновані на дисперсійних співвідношеннях, аналізу еліптичності, рефлексивні, променеві тощо [4–12]. Всі вони, як правило, потребують розв’язку прямої задачі поширення пружних хвиль у плоскошаруватому середовищі. Для цього застосовують числове інтегрування, променевий та матричний підходи. Ці методи складні, трудомісткі, обмежені через ідеально плоскошарувату структуру, прості моделі середовища (на основі рівнянь Ламе) і поширення акустичних хвиль, не забезпечують отримання розв’язку в реальному часі, тобто під час зондування середовища, і часто призводять до неоднозначного висновку. Для одержання результатів строгими методами використовують прості моделі. Тому їх не можна застосовувати в реальних умовах через невідповідність реального розподілу властивостей середовища модельному (вертикально змінні параметри Ламе і густина або плоскошарувате середовище). Щоб подолати ці труднощі, застосовують апіорну інформацію та евристичні підходи.

Найінформативнішим є підхід, заснований на вимірюванні швидкості ПАХ на різних частотах, що відповідає їх різним глибинам проникнення і поширення. У результаті зондування середовища ПАХ різної частоти і вимірювання фазової швидкості отримують експериментальну дисперсійну криву, яка описує фазову швидкість на різних частотах. Неглибокі шари формують високочастотну ділянку дисперсійної кривої, глибокі – низькочастотну.

Задача експериментального визначення структури та властивостей приповерхневих шарів за дисперсійною кривою фазової швидкості ПАХ є обернена, яку зводять до варіаційної задачі підбору параметрів середовища до тих пір, поки теоретично розрахована дисперсійна крива не відповідатиме експериментальній [13].

Хвилі Релея – це пружні Р–SV хвилі, які поширюються вільною поверхнею однорідного ізотропного лінійно пружного півпростору. Хвиля Релея містить дві компоненти: поздовжню і поперечну вертикально поляризовану, і в просторі переміщення–напруження її описують системою чотирьох лінійних звичайних диференціальних рівнянь [13].

Для вертикально неоднорідного пружного середовища, тобто, коли густина середовища та параметри Ламе змінюються з глибиною (z), поширення хвилі описується системою чотирьох диференціальних рівнянь [13]:

$$\frac{d}{dz} \vec{f}(z) = \mathbf{A}(z) \vec{f}(z), \quad (1)$$

де $\vec{f}(z) = (r_1, r_2, r_3, r_4)^T$ – вектор переміщення–напруження; $\mathbf{A}$ – 4×4 матриця, яка залежить від параметрів Ламе і густини.

Компоненти r_1, r_2 відображають переміщення в плоскій хвилі по x ; r_3, r_4 – нормальні і тангенціальні напруження і для плоскої хвилі є функціями хвильового числа по x , частоти і координати z .

Граничні умови для хвиль Релея (відсутність руху на безмежності ($r_1 \rightarrow 0$, $r_2 \rightarrow 0$, якщо $z \rightarrow \infty$); нульові напруження на вільній поверхні ($r_3 = 0$, $r_4 = 0$, якщо $z = 0$)) – основа для побудови дисперсійного рівняння.

Для даної частоти ненульові розв'язки (1) існують тільки для певного $k(\omega)$, яке визначаємо з дисперсійного рівняння. Відношення $\omega/k(\omega)$ є фазовою швидкістю, розрахованою за дисперсійною кривою для прийнятої моделі середовища. Загалом вибирають функції густини і параметрів Ламе та інтегрують (1) до тих пір, поки не забезпечать нульові напруження на вільній поверхні.

Для плоскошаруватого середовища матриця $\mathbf{A}$ постійна в межах шару і змінюється стрибком за переходу від шару до шару. Натомість, на межах шарів вектор переміщення–напруження $\vec{f}$ неперервний.

Матриці $\mathbf{A}$ відповідає пропагатор [7] $\mathbf{P}(z, z_0)$, який задовольняє те ж диференціальне рівняння (1) і породжує вектор переміщень–напружень на глибині z , діючи на цей вектор на глибині z_0 , тобто

$$\vec{f}(z) = \mathbf{P}(z, z_0) \vec{f}(z_0).$$

Кожному шару відповідає матриця $\mathbf{A}$ і пропагатор $\mathbf{P}$, елементи яких визначають параметри Ламе, густина і товщина шару.

Для кількох шарів

$$\vec{f}(z) = \mathbf{P}(z, z_{n-1}) \mathbf{P}(z_{n-1}, z_{n-2}) \dots \mathbf{P}(z_1, z_0) \vec{f}(z_0). \quad (2)$$

Це співвідношення суттєво спрощує побудову розв'язку (1) для плоскошаруватого середовища.

Задачу визначення параметрів плоскошаруватого середовища (кількість шарів, параметри Ламе, густина і товщина кожного шару) за фазовими швидкостями хвиль Релея на різних частотах зводять до підбору параметрів шарів до тих пір, поки напруження на вільній поверхні стануть нульовими.

Цей підхід є трудомісткий і часто призводить до неоднозначного результату. Наближеним підходом є послідовне визначення параметрів шарів від найвищої частоти до найнижчої. Розроблені методи спрощеного розрахунку дисперсійної кривої.

Аналіз чутливості дисперсійної кривої релеївської хвилі до густини, швидкостей поздовжньої і поперечної хвиль, товщини шарів засвідчив, що швидкість поперечної хвилі і товщина вирішально впливають на її фазову швидкість. Тому спочатку коригують товщину шару і швидкість поперечної хвилі, щоб мінімізувати невідповідність між теоретичною та експериментальною дисперсійними кривими. Варіації інших параметрів обумовлюють мінімальну похибку дисперсійних кривих [14].

Відоме співвідношення між фазовою швидкістю хвилі Релея V_R і швидкістю поперечної хвилі V_s [1]:

$$V_R = \frac{0,87 + 1,12\nu}{1 + \nu} V_s, \quad (3)$$

де ν – коефіцієнт Пуассона.

Серед наближених методів – методи гармонійного [15, 16] і зваженого усереднення.

Для методу зваженого усереднення [14, 17, 18] приймають такі гіпотези.

1. Фазова швидкість хвилі Релея на певній довжині хвилі $V_R(\lambda)$ на дисперсійній кривій для багат шарового середовища залежить від швидкості поперечних хвиль у шарах у межах глибини, що дорівнює довжині хвилі.

2. Внесок фазових швидкостей хвилі Релея кожного окремого шару зважується коефіцієнтом W_i , який залежить від товщини шару H_i для N шарів у межах однієї довжини хвилі.

Таким чином, фазова швидкість хвилі Релея $V_R(\lambda)$ є лінійною комбінацією швидкостей поперечних акустичних хвиль V_{s_i} у шарах по глибині, що лежать у межах довжини хвилі:

$$V_R(\lambda) = \sum_{i=1}^N W_i k(v) V_{s_i}, \quad 0 \leq W_i \leq 1, \quad \sum_{i=1}^N W_i = 1,$$

де $k(v) = \frac{0,87 + 1,12v}{1 + v}$ – коефіцієнт пропорційності між швидкостями у співвідношенні (3).

Вагові коефіцієнти розраховуємо за формулою

$$W_i = \frac{\int_{z_{i-1}}^{z_i} f\left(\frac{z}{\lambda}\right) dz}{\int_0^{z_i} f\left(\frac{z}{\lambda}\right) dz},$$

де $f\left(\frac{z}{\lambda}\right)$ – ядро зважування; $z \geq 0$ – координата по глибині; $z = 0$ – відповідає поверхні; $z_i > z_{i-1}$, нумерація шарів відбувається від поверхні $i = 1$ зверху вниз.

У найпоширенішому методі [14] застосовують ядро зважування:

$$f\left(\frac{z}{\lambda}\right) = 1 - \left(\frac{z}{\lambda}\right)^{3/2}.$$

Цей вираз подібний до зміщення вертикальної компоненти хвилі Релея. Відомі інші вирази для ядра зважування.

Дисперсійну криву багат шарового покриття можна отримати за графіком залежності фазової швидкості від частоти або довжини хвилі.

Розглянемо півпростір з одношаровим покриттям товщиною H_1 . Така модель придатна для матеріалів з плівковим покриттям, обробленою або деградованою поверхнею. Тоді для швидкості хвилі Релея з довжиною λ справедливе подання

$$V_R(\lambda) = W_1 k(v) V_{s_1} + W_2 k(v) V_{s_2},$$

де V_{s_1}, V_{s_2} – швидкості поперечних акустичних хвиль у шарі 1 та півпросторі;

W_1, W_2 – вагові коефіцієнти шару та півпростору:

$$W_1 = \frac{5}{3} \left(\frac{H_1}{\lambda} \right) - \frac{2}{3} \left(\frac{H_1}{\lambda} \right)^{5/2},$$

$$W_2 = 1 - W_1.$$

Для фазової швидкості хвилі Релея довжиною λ ($\lambda > H_1$) згідно з методом

зваженого усереднення [15] запишемо співвідношення

$$V_R(\lambda) = \frac{H_1}{\lambda} k(v) V_{s_1} + \left(1 - \frac{H_1}{\lambda}\right) k(v) V_{s_2},$$

де $k(v)$ – коефіцієнт пропорційності в (3) між фазовою швидкістю хвилі Релея і швидкістю поперечної акустичної хвилі, який залежить від коефіцієнта Пуассона ν .

Прозондувавши на двох частотах і врахувавши, що коефіцієнт Пуассона у звичайному діапазоні ультразвукових частот, як і коефіцієнт пропорційності в (3) $k(v)$, практично не залежать від частоти зондування для досліджуваного матеріалу, отримаємо:

$$\begin{aligned} V_R(\lambda_1) &= \frac{H_1}{\lambda_1} k(v) (V_{s_1} - V_{s_2}) + k(v) V_{s_2}, \\ V_R(\lambda_2) &= \frac{H_1}{\lambda_2} k(v) (V_{s_1} - V_{s_2}) + k(v) V_{s_2}, \end{aligned}$$

або

$$\begin{aligned} V_R(\lambda_1) - k(v) V_{s_2} &= \frac{H_1}{\lambda_1} k(v) (V_{s_1} - V_{s_2}), \\ V_R(\lambda_2) - k(v) V_{s_2} &= \frac{H_1}{\lambda_2} k(v) (V_{s_1} - V_{s_2}). \end{aligned}$$

З цих співвідношень випливає, що

$$(V_R(\lambda_1) - k(v) V_{s_2}) \lambda_1 = (V_R(\lambda_2) - k(v) V_{s_2}) \lambda_2 = H_1 k(v) (V_{s_1} - V_{s_2}) = \text{const}$$

або

$$\Delta V_R(\lambda) \lambda = H_1 k(v) (V_{s_1} - V_{s_2}) = \text{const}$$

для всіх $\lambda > H_1$ ($\Delta V_R(\lambda)$ – різниця між фазовими швидкостями хвилі Релея на досліджуваному зразку і “еталоні”, який є зразком без покриття).

Зауважимо, що за різних змін у матеріалі швидкість акустичної хвилі змінюється на частки відсотка, тобто можемо записати $\lambda \approx V / f$ (V – середнє значення швидкості; f – частота). Тоді для рівняння дисперсійної кривої отримаємо:

$$\Delta V_R(f) = C H_1 k(v) (V_{s_1} - V_{s_2}) f,$$

де C – константа.

Звідси маємо такі висновки.

1. Дисперсійна крива (залежність фазової швидкості хвилі Релея від частоти) для одношарового покриття (плівки, обробленої або здеградованої поверхні) є прямою лінією, що добре узгоджується з теоретичними і експериментальними результатами [19–21].

2. За знаком нахилу дисперсійної кривої (плюс–мінус) можна робити висновки про жорсткість покриття відносно жорсткості безмежного півпростору.

3. За кутовим нахилом дисперсійної кривої можна оцінювати товщину покриття H_1 .

Розглянемо задачу визначення товщини покриття H_1 на основі двочастотного зондування [22]. На першому кроці зондуємо матеріал високочастотною хвилею, довжина якої завідомо менша за товщину шару ($\lambda_h < H_1$). У цьому випадку хвиля Релея поширюється в приповерхневому шарі і її фазова швидкість

$$V_R(\lambda_h) = k(v)V_{s_1}.$$

Далі зондуємо низькочастотною хвилею Релея так, щоб її довжина перевищувала товщину шару ($\lambda_{low} > H_1$). Тоді фазова швидкість хвилі Релея

$$V_R(\lambda_{low}) = \frac{H_1}{\lambda_{low}} k(v)V_{s_1} + \left(1 - \frac{H_1}{\lambda_{low}}\right) k(v)V_{s_2}$$

або

$$V_R(\lambda_{low}) - V_{R\infty} = \frac{H_1}{\lambda_{low}} (V_R(\lambda_h) - V_{R\infty}),$$

де $V_{R\infty}$ – фазова швидкість хвилі Релея для півпростору без покриття (для “еталона”).

Звідси товщина шару

$$H_1 = \lambda_{low} \frac{\Delta V_R(\lambda_{low})}{\Delta V_R(\lambda_h)},$$

де $\Delta V_R(\lambda_{low}) = V_R(\lambda_{low}) - V_{R\infty}$ і $\Delta V_R(\lambda_h)$ – зміна фазової швидкості низькочастотної і високочастотної хвилі Релея.

Важливою перевагою методу зваженого усереднення є відсутність вимоги до плоскошаруватості матеріалу, що необхідно практично для всіх методів. Це дає можливість будувати не тільки вертикальний профіль параметрів матеріалу за припущення плоскошаруватості, але і тримірний розподіл. Метод не чутливий до “хвилястості” (непаральності) меж між шарами. Для хвилястої поверхні вертикальний профіль параметрів під “точкою” зондування слід “прив’язувати” до просторових координат “точки” зондування. Сьогодні інтенсивно розвиваються технології інверсії дисперсійної кривої фазової швидкості хвилі Релея, засновані на методах глибокого навчання [23, 24].

ВИСНОВКИ

Проаналізовано методи оцінювання властивостей приповерхневих шарів матеріалу за дисперсійною кривою фазової швидкості хвилі Релея. Одним з найефективніших серед них є метод зваженого усереднення фазової швидкості хвилі Релея по товщині, що дорівнює довжині хвилі, з урахуванням шарів у межах цієї довжини. Отримано аналітичний вираз для дисперсійної кривої за спрощеного варіанта методу зваженого усереднення, який свідчить, що дисперсійна крива фазової швидкості хвилі Релея для одношарового покриття поверхні є прямою лінією. Це добре узгоджується з відомими закономірностями впливу різних видів оброблення, деградації поверхні та покриття на дисперсію фазової швидкості хвилі Релея. За знаком нахилу дисперсійної кривої (плюс/мінус) можна робити висновок про жорсткість покриття відносно до жорсткості підложки, а за її кутовим нахилом можна оцінювати товщину обробленої поверхні.

1. White, R.M. Surface Elastic Waves. *Proc. of the IEEE* **1970**, 58 (8), 1238–1276. <https://doi.org/10.1109/PROC.1970.7900>
2. Hess, P. Surface Acoustic Waves in Materials Science. *Physics Today* **2002**, 55 (3), 42–47. <https://doi.org/10.1063/1.1472393>
3. Skalsky, V.R.; Mokryi, O.M.; Romanyshyn, I.M. *Methodological foundations of diagnosing structural elements with surface acoustic waves*; Prostir-M, 2021. (In Ukrainian)
4. Maupin, V. Surface Wave Inversion. *Encyclopedia of Earthquake Engineering*; Springer-Verlag, 2016; pp 1–15. https://doi.org/10.1007/978-3-642-36197-5_377-1
5. Socco, L.; Foti, S.; Boiero, D. Surface-wave analysis for building near-surface velocity models – Established approaches and new perspectives. *Geophysics* **2010**, 75 (5), 75A83–75A102. <https://doi.org/10.1190/1.3479491>

6. Ahn, E. Surface-Wave Based Technique for the Evaluation of Self-Healing Performance in Concrete. M.S. Thesis, Ulsan National Institute of Science and Technology, 2017.
7. Aki, K.; Richards, P.G. *Quantitative Seismology*, 2nd ed.; Univ. Sci. Books, 2002.
8. Foti, S.; Parolai, S.; Albarello, D.; Picozzi, M. Application of Surface Wave Methods for Seismic Site Characterization. *Surveys in Geophysics* **2011**, 32 (6), 777–825. <https://doi.org/10.1007/s10712-011-9134-2>
9. Thomson, W.T. Transmission of elastic waves through a stratified solid medium. *J. Appl. Phys.* **1950**, 21, 89–93. <https://doi.org/10.1063/1.1699629>
10. Haskell, N.A. The Dispersion of Surface Waves in Multilayered Media. *Bulletin of the Seismological Society of America* **1953**, 43, 17–34. <https://doi.org/10.1785/BSSA0430010017>
11. Knopoff, L. A matrix method for elastic wave problems. *Bull. Seism. Soc. Am.* **1964**, 54, 431–438. <https://doi.org/10.1785/BSSA0540010431>
12. Malytsky, D.V.; Pavlova, A. Comparative analysis in problems of seismic wave propagation in layered anisotropic media. *Bulletin of the Taras Shevchenko National University of Kyiv. Geology* **2013**, 2 (61), 31–36. (In Ukrainian).
13. Olafsdottir, E. Multichannel Analysis of Surface Waves for assessing soil stiffness. M.S. Thesis, University of Iceland, 2016.
14. Leong, E.C.; Aung, A.M.W. Weighted Average Velocity Forward Modelling of Rayleigh Surface Waves. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* **2012**, 43, 218–228. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2012.07.030>
15. Satoh, T.; Poran, C.I.; Yamagata, K.; Rondriquez, J.A. Soil profiling by spectral analysis of surface waves. *Proceedings of the Second International Conference on Recent Advances in Geotechnical Earthquake Engineering and Soil Dynamics*, March 11–15, 1991; St. Louis, Missouri, pp 1429–1434.
16. Pelekis, P.C.; Athanasopoulos, G.A. An overview of surface wave methods and a reliability study of a simplified inversion technique. *Soil Dynamics and Earthquake Engineering* **2011**, 31, pp 1654–1668. <https://doi.org/10.1016/j.soildyn.2011.06.012>
17. Leong, E.C.; Aung, A.M.W. Global Inversion of Surface Wave Dispersion Curves Based on Improved Weighted Average Velocity Method. *J. Geotech. Geoenviron. Eng.* **2013**, 139 (December), 2156–2169. [https://doi.org/10.1061/\(ASCE\)GT.1943-5606.0000939](https://doi.org/10.1061/(ASCE)GT.1943-5606.0000939)
18. Aung, A.M.W.; Leong, E.C. Application of weighted average velocity (WAVE) method to determine $V_{s,30}$. *Soils and Foundations* **2015**, 55 (3), 548–558. <https://doi.org/10.1016/j.sandf.2015.04.007>
19. Schneider, D. *LAWave® – A Nondestructive Device for Testing Thin Films, Coatings and Material Surfaces by Laser Induced Surface Acoustic Waves*. Fraunhofer Institute for Material and Beam Technology (IWS): Dresden, 2013.
20. Schneider, D. Laser Induced Surface Acoustic Waves for Material Testing. *Handbook of Advanced Nondestructive Evaluation*; Ida, N.; Meyendorf, N. Eds.; Springer, 2019; pp 171–234. https://doi.org/10.1007/978-3-319-26553-7_38
21. Ruiz, A. M.; Nagy, P. B. SAW dispersion measurements for ultrasonic characterization of surface treated metals. *Instrumentation Measure Metrologie* **2003**, 3, 59.
22. Skalsky, V.R.; Mokryi, O.M.; Romanyshyn, I.M.; Kyryliv, V.I.; Zvirko, O.I.; Maksymiv, O.V. Method for determining the thickness of a surface modified layer of material using surface acoustic waves. UKR153147, 2023 (In Ukrainian)
23. Meng, Q.; Chen, Y.; Sha, F.; Liu, T. Inversion of Rayleigh Wave Dispersion Curve Extracting from Ambient Noise Based on DNN Architecture. *Appl. Sci.* **2023**, 13, 10194. <https://doi.org/10.3390/app131810194>
24. Fu, Y.; Yang, A.; Yao, Z.; , Liu, Y.; Li, H.; Chen, H.; Wang, X. Inversion of Rayleigh Wave Dispersion Curves via Long Short-Term Memory Combined with Particle Swarm Optimization. *Computational Intelligence and Neuroscience* **2022**, 2640929. <https://doi.org/10.1155/2022/2640929>

Одержано 12.08.2025

ORCID iDs

Romanyshyn I.M.  <https://orcid.org/0000-0001-6753-5243>

Mokryy O.M.  <https://orcid.org/0000-0002-2977-1605>