

ГАРМОНІЧНА МОДЕЛЬ БІ-ПЕРІОДИЧНО НЕСТАЦІОНАРНОГО ВИПАДКОВОГО ПРОЦЕСУ

І. М. Яворський^{1,2}, Р. М. Юзефович^{1,3}, Р. І. Пелипець³,
О. В. Личак¹, Р. Т. Слєпко¹

¹ Фізико-механічний інститут ім. Г. В. Карпенка
Національної академії наук України, Львів;

² Бидгоська політехніка, Бидгощ, Польща;

³ Національний університет “Львівська політехніка”

E-mail: roman.yuzefovych@gmail.com

Подано гармонічну модель бі-періодично нестационарного випадкового процесу для опису вібраційних сигналів складних механічних систем. Методи, засновані на періодично та бі-періодично нестационарних випадкових процесах (ПНВП та БПНВП), можна застосовувати для аналізу вібраційних коливань вузлів обертових механізмів. Встановлено, що методом найменших квадратів, який використовують для виявлення прихованих періодичностей першого та другого порядків, можна оцінити біритмічні властивості вібраційного сигналу, який моделюють за допомогою БПНВП. Отримано вирази для математичного сподівання та кореляційної функції у вигляді суперпозиції гармонік з комбінаційними частотами.

Ключові слова: *бі-періодично нестационарний випадковий процес, математичне сподівання, кореляційна функція, комбінаційні частоти, оцінки базових частот.*

HARMONIC MODEL OF A BI-PERIODIC NON-STATIONARY RANDOM PROCESS

I. M. Javorskyj^{1,2}, R. M. Yuzefovych^{1,3}, R. I. Pelypets³,
O. V. Lychak¹, R. T. Sliepk¹

¹ Karpenko Physico-Mechanical Institute
of the National Academy of Sciences of Ukraine, Lviv;

² Bydgoszcz University of Sciences and Technology, Bydgoszcz, Poland;

³ Lviv Polytechnic National University, Lviv

A harmonic model of a bi-periodic non-stationary random process is presented for describing complex vibration signals. Methods based on periodic and bi-periodic non-stationary random processes (PNSP and BPNSP) can be applied to analyze vibration oscillations of rotating mechanism assemblies. It is shown that the use of the least mean square (LSM) methods for detecting hidden first and second order periodicities allows estimating the bi-rhythmic properties of a vibration signal modeled using BPNSP. Expressions for the mean function and correlation function are obtained by superposing harmonics with combination frequencies. It is shown, that only the exact correspondence of the data analysis methods to the oscillation model ensures the reliability of the obtained results and is the basis for their correct interpretation. Using DFT, STFT and WT, researchers suppose that time series under investigation are segments of some deterministic oscillations, and when supplying WCD or WVD for analyzing signals – as realizations of the stochastic processes. WCD describes the power spectral density of a stationary random process, while WVD characterizes the properties of the instantaneous spectral density for a non-stationary random process. The periodogram analysis method was proposed by Schuster as a way to search for periodic signals observed against the background

of stochastic oscillations. Hilbert transform can be used to analyze both deterministic and stochastic modulations. In opposite to these, vibrations of machines consisting of several rotating units have a complex polyrhythmic structure, which is primarily caused by different speeds of rotation of individual elements. In the general case, these oscillations can be described by poly-periodically nonstationary random processes, which belong to the class of almost periodically nonstationary processes.

Keywords: *bi-periodic non-stationary random process, mean, covariation function, combination frequencies, estimates of basic frequencies.*

Вступ. Аналіз вібраційних сигналів часто застосовують для діагностування машин та вузлів обертових механізмів. Експериментальний часовий ряд відібраного вібраційного сигналу можна обробляти за допомогою таких відомих методів: дискретного перетворення Фур'є (DFT), короткочасного перетворення Фур'є (STFT), вейвлет-перетворення (WT), розподілу Вінера–Хінчина (WCD) та розподілу Вігнера–Вілля (WVD), аналізу періодограм Шустера та перетворення Гільберта (HT). Основні результати, отримані з їх допомогою, наведені в оглядових статтях [1–7]. Слід зауважити, що ці методи відображають різні моделі коливань і, як правило, їх відповідність реальним практичним сигналам не обговорюється.

Однак лише точна відповідність методів аналізу даних та моделі коливань забезпечує достовірність результатів і є основою для їх коректної інтерпретації. Використовуючи методи DFT, STFT та WT, припускали, що часові ряди є сегментами детермінованих коливань, тоді як з допомогою WCD або WVD аналізували їх як реалізації стохастичних процесів. WCD описує спектральну густину потужності стаціонарного випадкового процесу, а WVD характеризує властивості миттєвої спектральної густини для нестаціонарного випадкового процесу. Метод періодограми аналізу запропонував Шустер [7] для пошуку періодичних сигналів, що спостерігаються на фоні стохастичних коливань. Методом HT можна аналізувати детерміновані і стохастичні модуляції.

Модель бі-періодично нестаціонарного випадкового процесу для аналізу вібраційних сигналів. Вібрації машин, що містять декілька обертових вузлів, мають складну поліритмічну структуру, спричинену різними швидкостями обертання окремих елементів. Загалом ці коливання описують полі-періодично нестаціонарними випадковими процесами [8–14], які належать до класу майже періодично нестаціонарних процесів [11]. У найпростішому випадку, коли взаємодіють лише два незалежні ритми, отримуємо модель у вигляді бі-періодично нестаціонарного випадкового процесу (БПНВП) [15].

Ефективність методів, заснованих на циклостаціонарних випадкових процесах, для моніторингу машин пояснюють їх здатністю виявляти модуляції через несправності. Модуляційні властивості в моделі ПНВП, яка описує стохастичну повторюваність з одним періодом, можна подати взаємостаціонарними випадковими процесами в гармонічному вигляді:

$$\xi(t) = \sum_{k \in Z} \xi_k(t) e^{ik \frac{2\pi}{P_1} t}, \quad (1)$$

де P_1 – період обертання пошкодженого елемента. Припустимо, що деякий інший обертовий вузол механізму також пошкоджений, і його коливання описують ПНВП з періодом P_2 . Подамо взаємодію між коливаннями різних елементів як модуляцію гармонік ПНВП з періодом P_2 . Також вважатимемо, що кожна гармоніка модульована по-різному, тобто

$$\xi_k(t) = \sum_{l \in Z} \xi_{kl}(t) e^{il \frac{2\pi}{P_2} t}. \quad (2)$$

Підставляючи (1) у (2), отримуємо:

$$\xi(t) = \sum_{k,l \in Z} \xi_{kl}(t) e^{i\omega_{k,l} t}, \quad (3)$$

де $\omega_{k,l} = k \frac{2\pi}{P_1} + l \frac{2\pi}{P_2}$, а $\xi_{kl}(t)$ – взаємостационарні випадкові процеси. Отже, випадковий процес у формулі (3) записано як суперпозицію амплітудно- та фазово-модульованих гармонік, частоти яких є лінійними комбінаціями двох базових частот $\omega_{1,0} = \frac{2\pi}{P_1} = 2\pi f_{1,0}$ і $\omega_{0,1} = \frac{2\pi}{P_2} = 2\pi f_{0,1}$. Тоді математичне сподівання від (3) буде:

$$\begin{aligned} m(t) = E\xi(t) &= \sum_{k,l \in Z} m_{kl} e^{i\omega_{kl} t} = m_{00} + \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \left(m_{kl}^c \cos \omega_{kl} t + m_{kl}^s \sin \omega_{kl} t \right) + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \left(m_{k,-l}^c \cos \omega_{k,-l} t + m_{k,-l}^s \sin \omega_{k,-l} t \right), \end{aligned} \quad (4)$$

де $m_{kl} = E\xi_{kl}(t) = \frac{1}{2} (m_{kl}^c - i m_{kl}^s)$. Для кореляційної функції $R(t, \tau) = E \overset{\circ}{\xi}(t) \overset{\circ}{\xi}(t + \tau)$ матимемо вираз

$$R(t, \tau) = \sum_{r,s \in Z} \sum_{p,q \in Z} r_{rspq}(\tau) e^{i\omega_{p-r, q-s} t} e^{i\omega_{pq} \tau}, \quad (5)$$

де $r_{rspq}(\tau) = E \overset{\circ}{\xi}_{rs}(t) \overset{\circ}{\xi}_{pq}(t + \tau)$, $\overset{\circ}{\xi}_{rs}(t) = \xi_{rs}(t) - m_{rs}$. Ввівши два нові індекси для сумування $k = p - r$ і $l = q - s$, отримуємо такі вирази для кореляційної функції:

$$\begin{aligned} R(t, \tau) &= \sum_{k,l \in Z} R_{kl}(\tau) e^{i\omega_{kl} t} = R_{00}(\tau) + \sum_{k=0}^{\infty} \sum_{l=1}^{\infty} \left[R_{kl}^c(\tau) \cos \omega_{kl} t + R_{kl}^s(\tau) \sin \omega_{kl} t \right] + \\ &+ \sum_{k=1}^{\infty} \sum_{l=0}^{\infty} \left[R_{k,-l}^c(\tau) \cos \omega_{k,-l} t + R_{k,-l}^s(\tau) \sin \omega_{k,-l} t \right], \end{aligned} \quad (6)$$

де

$$R_{kl}^c(\tau) = \frac{1}{2} [R_{kl}^c(\tau) - i R_{kl}^s(\tau)] = \sum_{p,q \in Z} r_{p-k, q-l, p, q}(\tau) e^{i\omega_{pq} \tau}. \quad (7)$$

З формули (7) випливає, що кореляційна функція є бі-періодичною у часі, якщо модулюючі процеси $\xi_{kl}(t)$ декількох різних порядків взаємокорельовані. Взаємокореляційні функції процесів $\xi_{rs}(t)$ та $\xi_{pq}(t)$, для яких $p - r = k$ та $q - s = l$, формують кореляційні компоненти $R_{kl}(\tau)$. Випадкові процеси, математичне сподівання та кореляційна функція яких змінюються бі-періодично у часі та подані рядами Фур'є (4) та (6), називають БПНВП [15].

Нульовий кореляційний компонент $R_{00}(\tau)$ визначають через автокореляційні функції $r_{pq}(\tau) = \overline{\xi_{pq}(t)} \xi_{pq}(t+\tau)$ (символ “ $-$ ” означає комплексно спряжену величину) так:

$$R_{00}(\tau) = \sum_{p,q \in Z} r_{pq}(\tau) e^{-i\omega_{pq}\tau}, \quad (8)$$

Ця величина є усередненою за часом кореляційною функцією БПНВП, тобто кореляційною функцією її стаціонарного наближення. Її нульовий спектральний компонент

$$f_{00}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{00}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau = \sum_{p,q \in Z} f_{pq}^{(m)}(\omega - \omega_{pq}), \quad (9)$$

де функції $f_{pq}^{(m)}(\omega)$ – спектральні густини потужності модулюючих процесів, тобто

$$f_{pq}^{(m)}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} r_{pq}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (10)$$

Вони визначають спектральний склад БПНВП. Ненульові спектральні компоненти

$$f_{kl}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} R_{kl}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau \quad (11)$$

характеризують кореляції гармонік спектра, зміщених на величину ω_{kl} . Ці кореляції є результатом кореляцій модулюючих процесів у стохастичному ряду (3):

$$f_{kl}(\omega) = \sum_{p,q \in Z} f_{p-k, q-l, p, q}^{(m)}(\omega - \omega_{pq}), \quad (12)$$

де

$$f_{mspq}^{(m)}(\omega) = \frac{1}{2\pi} \int_{-\infty}^{\infty} r_{mspq}(\tau) e^{-i\omega\tau} d\tau. \quad (13)$$

Зауважимо, що гармонічний ряд (3) є загальною формою простої моделі бі-періодичних змін сигналу у часі.

З виразу (3) можна отримати сигнал як суму двох ПНВП. Якщо $\xi_{kl}(t) = \eta_{k0}(t) + \eta_{0l}(t)$, де $\eta_{k0}(t)$ та $\eta_{0l}(t)$ є взаємонекорельованими процесами, та окремо взяті $\eta_{k0}(t)$ і $\eta_{0l}(t)$ різних порядків є взаємостаціонарними випадковими процесами. Тоді

$$\xi(t) = \sum_{k \in Z} \eta_{k0}(t) e^{i\omega_{k0}t} + \sum_{l \in Z} \eta_{0l}(t) e^{i\omega_{0l}t} = \xi_1(t) + \xi_2(t). \quad (14)$$

Якщо $\xi_{kl}(t) = \xi_{k0}(t) \xi_{0l}(t)$, отримуємо добуток двох ПНВП:

$$\xi(t) = \sum_{k \in Z} \xi_{k0}(t) e^{i\omega_{k0}t} + \sum_{l \in Z} \xi_{0l}(t) e^{i\omega_{0l}t} = \xi_1(t) \xi_2(t). \quad (15)$$

Можна також виділити інші моделі БПНВП, проте для кожного конкретного випадку приймають модель на основі аналізу експериментальних результатів.

Для оцінювання математичного сподівання та кореляційної функції БПНВП можна використати компонентний метод [15]. Тоді отримані оцінки мають вигляд тригонометричних поліномів:

$$\begin{aligned} \hat{m}(t) = & \hat{m}_{00} + \sum_{k=0}^{N_1} \sum_{l=1}^{N_1} \left[\hat{m}_{kl}^c \cos \omega_{kl} t + \hat{m}_{kl}^s \sin \omega_{kl} t \right] + \\ & + \sum_{k=1}^{N_1} \sum_{l=0}^{N_1} \left[\hat{m}_{k,-l}^c(\tau) \cos \omega_{k,-l} t + \hat{m}_{k,-l}^s(\tau) \sin \omega_{k,-l} t \right], \end{aligned} \quad (16)$$

$$\begin{aligned} \hat{R}(t, \tau) = & \hat{R}_{00}(\tau) + \sum_{k=0}^{N_2} \sum_{l=1}^{N_2} \left[\hat{R}_{kl}^c(\tau) \cos \omega_{kl} t + \hat{R}_{kl}^s(\tau) \sin \omega_{kl} t \right] + \\ & + \sum_{k=1}^{N_2} \sum_{l=0}^{N_2} \left[\hat{R}_{k,-l}^c(\tau) \cos \omega_{k,-l} t + \hat{R}_{k,-l}^s(\tau) \sin \omega_{k,-l} t \right], \end{aligned} \quad (17)$$

де

$$\hat{m}_{00} = \frac{1}{2K+1} \sum_{n=-K}^K \xi(nh), \quad \begin{Bmatrix} \hat{m}_{kl}^c \\ \hat{m}_{kl}^s \end{Bmatrix} = \frac{1}{2K+1} \sum_{n=-K}^K \xi(nh) \begin{Bmatrix} \cos \omega_{kl} nh \\ \sin \omega_{kl} nh \end{Bmatrix}, \quad (18)$$

$$\hat{R}_{00}(\tau) = \frac{1}{2K+1} \sum_{n=-K}^K \overset{\circ}{\xi}(nh) \overset{\circ}{\xi}(nh + \tau),$$

$$\begin{Bmatrix} \hat{R}_{kl}^c(\tau) \\ \hat{R}_{kl}^s(\tau) \end{Bmatrix} = \frac{1}{2K+1} \sum_{n=-K}^K \overset{\circ}{\xi}(nh) \overset{\circ}{\xi}(nh + \tau) \begin{Bmatrix} \cos \omega_{kl} nh \\ \sin \omega_{kl} nh \end{Bmatrix}, \quad (19)$$

а $\overset{\circ}{\xi}(nh) = \xi(nh) - \hat{m}(nh)$, $\tau = jh$, j – цілі числа, N_1 і N_2 – кількість гармонік, відповідно, математичного сподівання та кореляційної функції.

Невідомі базові частоти можна визначити на основі адитивних періодичних компонентів для математичного сподівання та дисперсії:

$$m_{10}(t) = \sum_{k=1}^{N_1} \left[m_{k0}^c \cos 2k\pi f_{10} t + m_{k0}^s \sin 2k\pi f_{10} t \right], \quad (20)$$

$$m_{01}(t) = \sum_{l=1}^{N_1} \left[m_{0l}^c \cos 2l\pi f_{01} t + m_{0l}^s \sin 2l\pi f_{01} t \right], \quad (21)$$

$$R_{10}(t, 0) = \sum_{k=1}^{N_2} \left[R_{k0}^c(0) \cos 2k\pi f_{10} t + R_{k0}^s(0) \sin 2k\pi f_{10} t \right], \quad (22)$$

$$R_{01}(t, 0) = \sum_{l=1}^{N_2} \left[R_{0l}^c(0) \cos 2l\pi f_{01} t + R_{0l}^s(0) \sin 2l\pi f_{01} t \right]. \quad (23)$$

Оцінки базової частоти знаходять як точки максимуму спеціальних функціоналів виду, подібного до когерентної або компонентної статистики [13–15], за винятком того, що замість істинного періоду вибирають тестовий. Ці функціонали мають екстремальні значення в точках, які є асимптотично незміщеними та слушними оцінками періоду. Зміщення цих оцінок мають порядок $O(T^{-2})$,

а дисперсії – порядок $O(T^{-3})$, де T – довжина реалізації. Для підвищення ефективності оцінки базової частоти запропоновано метод найменших квадратів (МНК) [15]. Зі збільшенням довжини реалізації МНК-функціонал для визначення базової частоти математичного сподівання швидко прямує до

$$\hat{F}_1(f) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{L_1} \left[\left[\hat{m}_k^c(f) \right]^2 + \left[\hat{m}_k^s(f) \right]^2 \right], \quad (24)$$

де

$$\begin{cases} \hat{m}_k^c(f) \\ \hat{m}_k^s(f) \end{cases} = \frac{1}{2K+1} \sum_{n=-K}^K \xi(nh) \begin{cases} \cos 2k\pi f n h \\ \sin 2k\pi f n h \end{cases}. \quad (25)$$

Точка максимуму $\hat{f}_0$ у виразі (24) є асимптотично незміщеною та слухною оцінкою базової частоти математичного сподівання [18]. Значення функціоналу у точці максимуму $f = \hat{f}_0$ близьке до суми усередненої за часом потужності вибраних гармонік:

$$\hat{F}_1(\hat{f}_0) = \hat{P}_t^{(d)} = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{L_1} \left[\left[\hat{m}_k^c(\hat{f}_0) \right]^2 + \left[\hat{m}_k^s(\hat{f}_0) \right]^2 \right]. \quad (26)$$

Величини $\hat{m}_k^c(\hat{f}_0)$ та $\hat{m}_k^s(\hat{f}_0)$ – асимптотично незміщені та слухні оцінки коефіцієнтів Фур'є для математичного сподівання.

МНК-функціонал для оцінки базової частоти дисперсії за умови великих значень K можна записати так:

$$\hat{F}_2(f) = \frac{1}{2} \sum_{k=1}^{L_2} \left[\left[\hat{R}_k^c(0, f) \right]^2 + \left[\hat{R}_k^s(0, f) \right]^2 \right], \quad (27)$$

де

$$\begin{cases} \hat{R}_k^c(0, f) \\ \hat{R}_k^s(0, f) \end{cases} = \frac{1}{2K+1} \sum_{n=-K}^K \overset{\circ}{\xi}^2(nh) \begin{cases} \cos 2k\pi f n h \\ \sin 2k\pi f n h \end{cases}, \quad (28)$$

а $\overset{\circ}{\xi}(nh) = \xi(nh) - m(nh)$ Точка максимуму залежності, визначеної з виразу (27), є асимптотично незміщеною та слухною оцінкою базової частоти дисперсії [18].

ВИСНОВКИ

Побудовано гармонічну модель бі-періодично нестационарного випадкового процесу для опису вібраційних сигналів складних механічних систем. Отримано вирази для математичного сподівання та кореляційної функції у вигляді суперпозиції гармонік з комбінаційними частотами.

1. Nandi, S.; Toliyat, H.A.; Li, X. Condition Monitoring and Fault Diagnosis of Electrical Motors – A Review. *IEEE Transactions on Energy Conversion* **2006**, *20*, 719–729. <https://doi.org/10.1109/TEC.2005.847955>
2. Mehrjou, M.R.; Marium, N.; Marhaban, M.H.; Mison, N. Rotor fault condition monitoring techniques for squirrel-cage induction machine – A review. *Mech. Syst. Signal Process.* **2011**, *25*, 2827–2848. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2011.05.007>
3. Alwodai, A.; Gu, F.; Ball, A.D. A Comparison of Different Techniques for Induction Motor Rotor Fault Diagnosis. *J. Phys.: Conf. Ser.* **2012**, *364*, 012066.

4. Hassan, O.E.; Amer, M.; Abdelsalam, A.K.; Williams, B.W. Induction Motor Broken Rotor Bar Fault Detection Techniques Based on Fault Signature Analysis – A Review. *IET Electric Power Applications* **2018**, *12*(7), 895–907. <https://doi.org/10.1049/iet-epa.2018.0054>
5. Gangsar, P.; Tiwari, R. Signal based condition monitoring techniques for fault detection and diagnosis of induction motors: A state-of-the-art review. *Mech. Syst. Signal Process.* **2020**, *144*, 106908. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2020.106908>
6. Akbar, S.; Vaimann, T.; Asad, B.; Kallaste, A.; Sardar, M.U.; Kudelina, K. State-of-the-Art Techniques for Fault Diagnosis in Electrical Machines: Advancements and Future Directions. *Energies* **2023**, *16*(17), 6345.
7. Shuster, A. On lunar and solar periodicities of earthquakes. *A Proceedings of the Royal Society of London* **1897**, *61*, 455–465. <https://doi.org/10.1098/rspl.1897.0060>
8. Hanssen, A.; Scharf, L. A Theory of Polyspectra for Nonstationary Stochastic Processes. *IEEE Transactions on Signal Processing* **2023**, *51*(5), 1243–1252. <https://doi.org/10.1109/TSP.2003.810298>
9. Jerome, A. Cyclostationarity by examples. *Mechanical Systems and Signal Processing* **2009**, *23*, 987–1036. <https://doi.org/10.1016/j.ymssp.2008.10.010>
10. Talukdar, S.; Prakash, M.; Materassi, D.; Salapaka, M. Reconstruction of networks of cyclostationary processes. *Proceedings of the 2015 54th IEEE Conference on Decision and Control (CDC)*, Osaka, Japan, December 15–18, 2015; pp 783–788. <https://doi.org/10.1109/CDC.2015.7402325>
11. Flandrin, P.; Napolitano, A.; Ozaktas, H.; Thomson, D. Recent Advances in Theory and Methods for Nonstationary Signal Analysis. *EURASIP Journal on Advances in Signal Processing* **2011**, *2011*, 963642. <https://doi.org/10.1155/2011/963642>
12. Gardner, W.A. The spectral correlation theory of cyclostationary time-series. *Signal Processing* **1986**, *11*(1), 13–36. [https://doi.org/10.1016/0165-1684\(86\)90092-7](https://doi.org/10.1016/0165-1684(86)90092-7)
13. Antoni, J.; Bonnardot, F.; Raad, A.; Badaoui El. Cyclostationary modeling of rotating machine vibration signals. *Mechanical Systems and Signal Processing* **2004**, *18*, 1285–1314. [https://doi.org/10.1016/S0888-3270\(03\)00088-8](https://doi.org/10.1016/S0888-3270(03)00088-8)
14. Clough, R.; Penzien, J. *Dynamics of structures*, 3rd ed.; Computers & Structures, Inc., 1995.
15. Javorskyj, I.; Yuzefovych, R.; Dzeryn, O. Component and the least square estimation of mean and covariance functions of biperiodically correlated random signals. *Applied Condition Monitoring* **2022**, *18*, 145–177. https://doi.org/10.1007/978-3-030-82110-4_8
16. Javorskyj, I.; Dehay, D.; Kravets, I. Component statistical analysis of second order hidden periodicities. *Digit. Signal Process.* **2014**, *26*, 50–70. <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2013.12.002>
17. Javorskyj, I.; Yuzefovych, R.; Matsko, I.; Zakrzewski, Z. The least square estimation of the basic frequency for periodically non-stationary random signals. *Digit. Signal Process.* **2022**, *122*, 103333. <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2021.103333>
18. Javorskyj, I.; Yuzefovych, R.; Matsko, I.; Zakrzewski, Z.; Majewski, J. Coherent covariance analysis of periodically correlated random processes for unknown non-stationarity period. *Digit. Signal Process.* **2017**, *65*, 27–51. <https://doi.org/10.1016/j.dsp.2017.02.013>

Одержано 29.07.2025

ORCID iDs

Javorskyj I.M.  <https://orcid.org/0000-0003-0243-6652>
 Yuzefovych R.M.  <https://orcid.org/0000-0001-5546-453X>
 Pelypets R.I.  <https://orcid.org/0009-0008-9603-6716>
 Lychak O.V.  <https://orcid.org/0000-0001-5559-1969>
 Slepko R.T.  <https://orcid.org/0000-0003-1418-128X>